

2017 年成人高考《高等数学二（专升本）》绝密试卷一

一、选择题（1~10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1、 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{x^2+1} = ()$

- A.0 B.1/2 C.1 D.2

【正确答案】 A

【答案解析】 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{x^2+1} = \frac{-1+1}{(-1)^2+1} = 0.$

2、 函数 $Y=f(x)$ 在点 $x=x_2$ 处取得极小值，则必有 ()

- A、 $f''(x_0) > 0$ B、 $f'(x_0) < 0$
C、 $f'(x_0) < 0$ 且 $f''(x_0) > 0$ D、 $f'(x_0) < 0$ 或 $f'(x_0)$ 不存在

【正确答案】 D

3、 设函数 $f(x) = x e^{\frac{x}{2}}$ ，则 $f'(x) = ()$

- A、 $(1+x) e^{\frac{x}{2}}$ B、 $(\frac{1}{2}+x) e^{\frac{x}{2}}$
C、 $(1+\frac{x}{2}) e^{\frac{x}{2}}$ D、 $(1+2x) e^{\frac{x}{2}}$

【正确答案】 C

【答案解析】 因 $f(x) = x e^{\frac{x}{2}}$ ，则 $f'(x) = e^{\frac{x}{2}} + \frac{1}{2} x e^{\frac{x}{2}} = (1 + \frac{x}{2}) e^{\frac{x}{2}}$.

4、 设 $f(x) = (1+x) e^x$ ，则 $f(x)$ ()

- A、 有极小值 B、 有极大值
C、 无极值 D、 是否有极值不能确定

【正确答案】 A

5、 $\int \frac{1}{x^2} dx = ()$

- A、 $\frac{1}{x} + C$ B、 $\ln x^2 + C$
C、 $-\frac{1}{x} + C$ D、 $\frac{1}{x^2} + C$

【正确答案】 C

【答案解析】 $\int \frac{1}{x^2} dx = \int d(-\frac{1}{x}) = -\frac{1}{x} + C.$

6、 掷两粒骰子，出现点数之和为 5 的概率为 ()

- A 5/6
B 5/36
C 7/36
D 1/9

【正确答案】 D

7、 设 $f(x)$ 为连续函数，且 $\int_0^x f(t)dt = x^3 + \ln(x+1)$ ，则 $f(x) = ()$

- A $3x^2 + \frac{1}{x+1}$
B $x^3 + \frac{1}{x+1}$
C $3x^2$
D $\frac{1}{x+1}$

【正确答案】 A

【答案解析】

$$f(x) = [\int_0^x f(t)dt]' = [x^3 + \ln(x+1)]' = 3x^2 + \frac{1}{x+1}.$$

8、 任意抛三枚硬币，恰有两枚硬币正面朝上的概率是 ()

- A 3/4
B 3/8
C 1/3
D 1/2

【正确答案】 B

9、 设 A, B 为两随机事件，则事件 $A-B$ 表示 ()

- A 事件 A, B 都发生
B 事件 B 发生而事件 A 不发生
C 事件 A 发生而事件 B 不发生
D 事件 A, B 都不发生

【正确答案】 C

【答案解析】 选项 A 表示事件 $A \cap B$, 选项 B 表示事件 $B - A$, 选项 D 表示事件 $\overline{A \cap B}$

10、 已知 $f(x)$ 在 x_0 处可导，且有 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{f(x_0 - 2h) - f(x_0)} = \frac{1}{4}$ ，则 $f'(x_0)$ 等于 ()

- A -4
B -2
C 2
D 4

【正确答案】 B

二、 填空题 (11 ~ 20 小题，每小题 4 分，共 40 分)

11、 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x}{x^3 - 3} =$ _____

【正确答案】 -1

【答案解析】

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x}{x^3 - 3} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} 2x}{\lim_{x \rightarrow 1} (x^3 - 3)} = \frac{2}{-2} = -1.$$

12、设 $z = x(\ln x + \ln y)$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \underline{1/y}$

13、设事件A发生的概率为0.7, 则A的对立事件 \bar{A} 发生的概率为

【正确答案】 0.3

【答案解析】

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.7 = 0.3.$$

14、设 $f(x) = \begin{cases} e^x & (x < 0), \\ k & (x = 0), \\ \frac{1}{x} \sin x & (x > 0) \end{cases}$, 在 $x = 0$ 处连续, 则 $k = \underline{1}$

15、设 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{kx}\right)^{2x} = e$, 则 $k = \underline{\quad\quad}$

【正确答案】 2

16、若 $f(x) = e^{-x}$, 则 $\int_0^1 f'(2x) dx = \underline{\quad\quad}$.

【正确答案】 $1/2(e^{-2}-1)$

设 $f'(x)$ 为连续函数, 则 $\int f'(x) dx = \underline{\quad\quad}$

17、设 $f'(x)$ 为连续函数, 则 $\int f'(x) dx = \underline{\quad\quad}$

【正确答案】 $F(x)+c$

【答案解析】由不定积分性质知, $\int f'(x) dx = f(x) + C$.

18、若事件 A, B 为对立事件, 且 $P(A) > 0$, 则 $P(B | A) \underline{\quad\quad}$

【正确答案】 0

19、曲线 $y = \ln x$ 在点(1,0)处的切线方程为

【正确答案】 $y=x-1$ $y = \ln x, y' = \frac{1}{x}, y'|_{x=1} = 1$

【答案解析】因为 $y = \ln x, y' = \frac{1}{x}, y'|_{x=1} = 1$, 所以曲线 $y = \ln x$ 在点(1,0)处的切线方程为 $y=x-1$.

20、若 $\int_{-1}^1 (x \sin^4 x + 2ax^{\frac{1}{4}}) dx = \frac{3}{5}$, 则 $a = \underline{\quad\quad}$.

【正确答案】 1/4

三、解答题 (21 ~ 28 题, 共 70 分, 解答应写出推理、演算步骤)

21、计算 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$.

【正确答案】 3

【答案解析】

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x + 1}{1} = 3$$

22. 计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \ln(1+2x)}{1 - \cos x}$.

【答案解析】

$$\text{解 } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \ln(1+2x)}{1 - \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \frac{2}{1+2x}}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x-1}{(1+2x)\sin x} = \infty$$

23. 计算 $\int x \cos x^2 dx$.

【答案解析】

$$\begin{aligned} \int x \cos x^2 dx &= \frac{1}{2} \int \cos x^2 dx^2 \\ &= \frac{1}{2} \sin x^2 + C. \end{aligned}$$

24. 设离散型随机变量 X 的分布列为:

X	1	2	3
P	0.2	a	0.5

(1) 求常数 a 的值;

(2) 求 X 的数学期望 EX .

解 (1) 由 $0.2+a+0.5=1$, 得 $a=0.3$.

(2) $E(X) = 1 \times 0.2 + 2 \times 0.3 + 3 \times 0.5 = 2.3$.

25. 设 $y=f(x)$ 是由方程 $e^y + xy = 1$ 所确定的隐函数, 求 $\frac{dy}{dx}$.

【答案解析】 方程 $e^y + xy = 1$ 两边对 x 求导, 得

$$e^y \frac{dy}{dx} + y + x \frac{dy}{dx} = 0.$$

$$\text{于是 } \frac{dy}{dx} = -\frac{y}{e^y + x}.$$

26. 设 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上可导, $\varphi(x) = \frac{f(x)}{x}$, 若 $\varphi(x)$ 在 $x=a(a \neq 0)$ 处有极值, 试证曲线 $f(x)$ 在 $x=a$ 处的切线过原点.

证明 由于 $\varphi(x)$ 在 $x=a(a \neq 0)$ 处有极值, 且

$$\varphi'(x) = \frac{xf'(x) - f(x)}{x^2}.$$

故 $\varphi'(a) = 0$, 得 $f'(a) = \frac{f(a)}{a}$.

因而曲线 $f(x)$ 在 $x=a$ 处切线为 $y - f(a) = f'(a)(x - a)$,

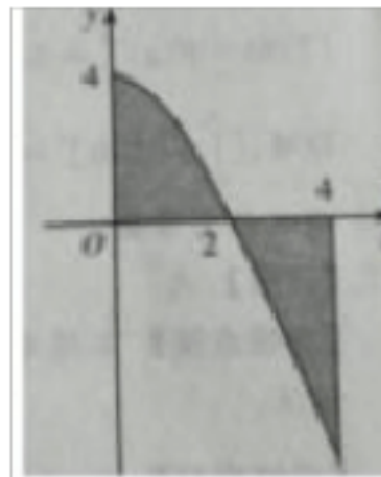
$$\text{即 } y = \frac{f(a)}{a}(x - a) + f(a) = \frac{f(a)}{a}x.$$

从而曲线 $f(x)$ 在 $x=a$ 处的切线过原点.

27、设曲线 $y = 4 - x^2 (x \geq 0)$ 与 x 轴， y 轴及直线 $x=4$ 所围成的平面图形为 D 。（如图中阴影部分所示）

(1) 求 D 的面积 S 。

(2) 求图中 x 轴上方的阴影部分绕 y 轴旋转一周所得旋转体的体积 V 。



【答案解析】(1) 面积 $S = \int_0^2 (4 - x^2) dx - \int_2^4 (4 - x^2) dx$

$$= \left(4x - \frac{x^3}{3}\right) \Big|_0^2 - \left(4x - \frac{x^3}{3}\right) \Big|_2^4$$

$$= 16.$$

(2) 体积 $V = \pi \int_0^4 x^2 dy$

$$= \pi \int_0^4 (4 - y) dy$$

$$= \pi \left(4y - \frac{1}{2}y^2\right) \Big|_0^4$$

$$= 8\pi.$$

28、设 $f(x) = \begin{cases} e^x & (x \leq 0), \\ ax + b & (x > 0), \end{cases}$ 求 a, b 使 $f(x)$ 连续.

解 在 $x = 0$ 处, $f(0) = e^0 = 1,$

$$f(0-0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} e^x = 1,$$

$$f(0+0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (ax + b) = b,$$

因为 $f(x)$ 连续, 故 $b=1$. 因此, 当 a 为任意常数, $b=1$ 时, $f(x)$ 连续.